



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS DE DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

JOSÉ ROMENELLI DE SOUSA

**Ensinando integradamente Aritmética, Geometria e
Álgebra: propostas de atividades para a Matemática
do Ensino Fundamental**

Taperoá – PB
2014

JOSÉ ROMENELLI DE SOUSA

**Ensinando integradamente Aritmética, Geometria e
Álgebra: propostas de atividades para a Matemática
do Ensino Fundamental**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática a Distância da Universidade Federal
da Paraíba como Requisito para a obtenção do
título de Licenciado em Matemática

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Cibelle de Fátima Castro
de Assis

Taperoá - PB
2014

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

S725e Sousa, José Romenelli de.

Ensinando integradamente aritmética, geometria e álgebra :
propostas de atividades para a matemática do ensino fundamental
/ José Romenelli de Sousa. – Taperoá, PB, 2014.

58 p.

Monografia (Licenciatura em Matemática / EaD) – Universidade
Federal da Paraíba.

Orientadora: Profª Drª Cibelle de Fátima.

1. Equações diferenciais ordinárias. 2. Modelagem matemática.
3. Resolução de problemas matemáticos. I. Título.

UFPB/BS-CCEN

CDU 511/514(043.2)


Ensinando integradamente Aritmética, Geometria e Álgebra: propostas de atividades para a Matemática do Ensino Fundamental

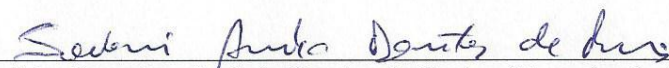
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aprovado em 17 / 12 / 14

COMISSÃO EXAMINADORA


Prof^a. Dr^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis (Orientadora)


Profa. Ms. Severina Andréa Dantas de Farias (Examinador)


Prof. Ms. Yara Silvia Freire Rabay (Examinador)

DEDICATÓRIA

Dedico em primeiro lugar ao meu bom Deus por ter me proporcionado mais essa conquista e ter colocado em minha vida pessoas especiais que tanto contribuíram para concretização desse sonho.

Aos meus pais José Rivaldo de Sousa e Euzir de Farias Gouveia Sousa que sempre acompanharam e presenciaram meu passo para a realização desse sonho tão desejado por eles e por mim.

Aos meus irmãos Rômulo José de Sousa e Romênia Ruth de Sousa que sempre estiveram ao meu lado me ajudando a trilhar o caminho que escolhi para a vida.

A minha noiva e futura esposa que tanto amo Islânia Vilar Oliveira que sempre esteve ao meu lado me apoiando e incentivando, pois ela não representa apenas uma companheira mas sim uma grande amiga se não meu anjo da guarda, pessoa enviada por Deus para trilhar comigo os caminhos da vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida que me concedeu e sua providência durante o percurso estudantil.

À minha família, principalmente aos meus pais e irmãos que me deram todo apoio e incentivo nos momentos difíceis.

À minha orientadora Prof^a. Cibelle de Fátima pela grandiosa orientação e dedicação nessa trajetória.

Aos meus colegas de curso, pois sempre estivemos juntos estudando e também se divertindo nessa longa jornada do curso.

Ao Coordenador do Pólo de Taperoá Prof. Vamberto por sua dedicação ao pólo e aos alunos desta instituição de ensino.

Aos tutores presenciais Juliana Correia, Alcileide e Áurea Jane que não mediram esforços em nos ajudar na conclusão do curso.

Aos funcionários do Polo pela paciência em muitos momentos.

À todas as pessoas que contribuíram de forma direta ou indireta para realização desse sonho almejado por meus pais e por mim.

A matemática é o alfabeto com o qual DEUS
escreveu o universo

Pitágoras

RESUMO

Este trabalho apresenta a Matemática do ponto de vista da integração da Matemática. Tem como objetivo geral elaborar Sequências Didáticas compostas por atividades que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra para a Matemática do Ensino Fundamental. É uma pesquisa de caráter exploratório, quanto aos objetivos, e bibliográfica quanto a coleta de dados. Dessa forma foram elaboradas três Sequências Didáticas envolvendo a Aritmética, a Álgebra e a Geometria onde revelou-se a possibilidade e a importância de ensiná-las conjuntamente para a compreensão da Matemática na Educação Básica.

Palavras-chave: Estudo Aritmético, Estudo Algébrico, Estudo Geométrico, Significados, Plano de aula.

ABSTRACT

This paper presents mathematics from the point of view of integration of mathematics. Has the general objective to elaborate Teaching Sequences consist of activities that integrate Arithmetic, Geometry and Algebra Mathematics for the Elementary School. It is an exploratory research, the aims, and as bibliographic data collection. Thus were prepared three Teaching Sequences involving Arithmetic, Algebra and Geometry which proved the possibility and the importance of teaching them together in understanding of mathematics in basic education.

Keywords: Arithmetic Study, Study Algebraic Geometric Study, Meanings, Lesson Plan

SUMARIO

1. MEMORIAL ACADÊMICO	11
2. INTRODUÇÃO	13
2.1. Apresentação do tema	13
2.2 Problemática e Justificativa	14
2.3 Objetivos.....	16
2.3.1 Objetivo Geral.....	16
2.3.2 Objetivos Específicos	16
2.4 Considerações Metodológicas.....	16
3. REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
3.1. A Aritmética e o pensamento aritmético	18
3.2 A Álgebra e o pensamento algébrico	19
3.3 A Geometria e o pensamento geométrico	21
3.4 A proposta de integrar Aritmética, a Geometria e a Álgebra	23
3.5 O planejamento nas aulas de Matemática	25
4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA	28
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
6 REFERÊNCIAS	46

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Atividade 2 item a)	29
Figura 2 - Atividade 2 item d)	30
Figura 3 - Atividade 3	30
Figura 4 - Atividade 3 item c)	31
Figura 5 - Atividade 2	34
Figura 6 - Atividade 2	35
Figura 7 - Atividade 3	36
Figura 8 - Atividade 4	37
Figura 9 - Atividade 4	37
Figura 10 - Atividade 4	38
Figura 11 - Atividade 4	38
Figura 12 - Atividade 1	40
Figura 13 - Atividade 1	41
Figura 14 - Atividade 2	42
Figura 15 - Atividade 2	42
Figura 16 - Atividade 2	43

1. MEMORIAL DO ACADÊMICO

Iniciei minha jornada educacional no ano de 1990 na Escola Nossa Senhora das Graças, no município de Taperoá, onde apenas estudei o antigo Jardim I. Logo em seguida meus pais me transferiram para a Escola Estadual de Ensino Médio e EJA “Felix Daltro”, lá estudei todo o meu fundamental I, onde com orgulho e lembranças de professoras que marcaram a minha infância, o método utilizado pela professora era o tradicional, e o ensino da matemática era voltado para o estudo da tabuada e a resolução das quatro operações, mas tinha uma coisa que aprendi também: a ser disciplinado.

No ano de 1996 comecei a estudar na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Melquíades Vilar. Nesta época comecei a estudar o Ensino Fundamental II, e foi fácil adaptar-me a nova escola, pois no meu fundamental I tive uma boa preparação. Pois, o modelo de ensino, apesar de tradicional, foi ótimo. Nunca fiquei reprovado, pois meus pais sempre tiveram essa preocupação em me preparar para que não me atrasasse. Meu principal professor de matemática foi Haroldo Vilar, e hoje fazendo uma avaliação do processo de ensino percebo que o sistema educacional utilizado pelos professores daquela época era muito limitado a resolução de cálculos e limitava o aluno em apenas decorar o assunto matemático e não valorizando o pensar, fazendo com que o aluno pense antes de resolver as atividades. O estudo relativo à Geometria era pouco utilizado e por isso tenho um pouco de dificuldade no assunto. Em 2003 terminei o meu Ensino Médio na própria Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Melquíades Vilar. E ainda hoje sinto falta do ambiente que lá existe, apesar de que na época me senti aliviado quando terminei essa etapa do estudo porque achava que já tinha estudado o que era para ter estudado, mas o amadurecimento me fez pensar diferente.

No ano seguinte tentei fazer vestibular e não obtive êxito, então me dediquei a concursos públicos e também não deu certo, e com isso relaxei em relação aos estudos. Mas em 2008 surgiu a oportunidade de prestar o vestibular para ingressar na UFPB VIRTUAL, fiz a prova e consegui passar para o curso de Licenciatura em Matemática a Distância. Também tive a oportunidade de fazer o Concurso Público do Município de Taperoá e passei para auxiliar de serviços gerais onde trabalho até hoje. Foi também através dos estudos das disciplinas de Matemática para o Ensino Básico I, II, III, IV que aprendi a entender a relação da Geometria com os demais assuntos da matemática e foi aqui na UFPB VIRTUAL que percebi o quanto a matemática é perfeita, a visão de mundo é outra quando você estuda matemática, é como Paulo Freire descreveu em uma

entrevista com o Prof. Ubiratan D'Ambrosio, onde ele (Paulo Freire) fala que todos nós temos que nos assumirmos como um indivíduo que vive e depende da matemática, pois ela (matemática) existe em todos os lugares. O autor descreve que nós humanos temos que nos conhecer como corpos conscientes matematizados. E com isso percebi que escolher Licenciatura em Matemática foi à escolha certa em relação aos outros cursos existentes na época, e hoje estou cursando o Curso apenas faltando algumas disciplinas do 7º e 8º período para formar-me em Matemática, onde pretendo em breve começar minha carreira de Professor de Matemática, e colocar tudo que aprendi aqui em prática. Pois a profissão é uma das mais dignas pela a qual tenho analisado e se tem visto um universo desafiador diante a profissão, que é forma cidadãos, para uma sociedade. Isso é o que mais me motiva.

2. INTRODUÇÃO

2.1 Apresentação do Tema

A matemática esteve presente ao longo de toda história humana. Ela surgiu a partir da necessidade humana de calcular valores e resolver situações do cotidiano. Como exemplo pode ser citado a criação de ovelhas, onde os pastores da antiguidade utilizavam pedras como forma de representação das ovelhas e com isso iniciou-se o processo da contagem. A partir do processo da contagem a evolução da Matemática foi expansiva e teve uma subdivisão em diferentes áreas. É uma das disciplinas que mais evolui, juntamente com a humanidade principalmente na tecnologia, sendo primordial para criação de outras áreas do conhecimento humano.

Na atualidade, isso se tornou um problema, pois essa divisão fez se pensar que a matemática é uma disciplina que se desvia por diversos caminhos, fazendo com que o aluno não a perceba como uma disciplina unificada. No Brasil, apesar de que, por volta de 1600 já houve essa subdivisão, mas foi em 1808 que a matemática foi fatiada em aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, isso se deu devido à criação da Academia da Marinha. (LORENZATO, 2008)

Se estudarmos profundamente na tentativa de buscar pela harmonia da Matemática observa-se o quanto seus subtemas têm em comum. A aritmética, por exemplo, “é o estudo ou ciência dos números, que considera sua natureza e propriedades, possibilitando meios mais simples para expressá-los, compreendê-los, resolvê-los, que é o que chamamos calcular”. (PEANO, 1889). Ainda quando crianças, aprendemos a operar a aritmética através das operações simples da matemática (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Na Álgebra inicia-se o processo um pouco mais complexo dos números, pois utilizamos letras para representar números, e só chegamos a uma solução através de expressões onde podemos descobrir o valor das variáveis. A geometria é a área matemática mais esquecida dos programas educacionais das escolas, e isso se torna um problema para o aluno, pois é através dela que o aluno tem um contato visual com as questões matemáticas, pois é na Geometria que temos o contato com a parte gráfica da matemática, e através do ato de ver que o aluno entenderá o que se pergunta. É na Geometria que o aluno tem o contato visual com a disciplina e assim pode-se observa e analisa o que o enunciado pede e com ela se pode trabalhar Aritmética, Álgebra e

também a Trigonometria e é nesse ponto que podemos observar o quanto a matemática é unificada.

A geometria é o estudo das formas, tamanho, posição entre figuras dividindo-se em várias subáreas dependendo do conteúdo e da forma que ele é estudado (VAN DE WALLE, 2009).

Avaliando nosso processo educacional, apesar de sua importância na Matemática, a geometria, ainda hoje sofre um tipo de esquecimento, ou é a disciplina que pouco foi utilizado pelo professor e esse fato se dá em decorrência ao grau de dificuldade que os professores encontram na utilização da Geometria com a Álgebra, apesar das duas terem muitas coisas em comum, a maioria dos educadores tem certo receio em lecionar de forma integrada, isso se dar devido muitos deles não sabem, não acha importante ou pelo grau de dificuldade que a integração muitas vezes trás. Consequentemente causa uma divisão que afetará o aluno no futuro, pois no seu entendimento existe uma lacuna na disciplina por completo. Essa subdivisão por assim dizer, atrapalhou por décadas a disciplina, colaborando para uma percepção negativa. O aluno só vai percebê-la quando o mesmo inicia seu processo educacional superior, pois só assim ele observará o quanto a Matemática se relaciona com todos seus subtemas, obtém a visão de como a disciplina é maravilhosa e se harmoniza diante todos os seus assuntos. Costuma-se dizer que Deus utilizou a matemática para fazer o mundo e todo o Universo, pois para onde olharmos enxergamos algum processo matemático.

2.2 Problemática e Justificativa

Um erro bastante observado na Matemática é a falta da integração das áreas. Essa é a principal problemática deste estudo e que tem chamado atenção de diversos matemáticos especialistas. A discussão é que os educandos passam a vida estudando e acabam criando uma ideia que a Matemática é dividida em diversas “matemáticas”, e isso trouxe um grande problema entre as áreas existentes. Parte desta responsabilidade deve-se a autonomia que a escola tem em poder escolher o seu próprio calendário letivo e de muitas vezes repassar essa obrigação para os professores, que acabam não atendendo às necessidades dos alunos.

Um problema que observamos é a integração entre a álgebra e a geometria. O professor tem uma grande dificuldade em fazer essa unificação, e isso é consideravelmente grave, na maioria das vezes os alunos saem do Ensino Fundamental

e ingressam para o Ensino Médio com uma dificuldade imensa em alguns conceitos da matemática. Os professores passam uma visão geral e compartilhada. Outros acham que a Geometria é desnecessária, muitos nem aplicam nas salas de aulas e outros apenas as apresentam no fim do ano letivo, onde as disciplinas têm uma importância mínima no restante do processo educacional do aluno. Com isso o próprio aluno tem uma percepção sem significado relativa à Geometria, e é aí que acontece um engano enorme, criando-se um abismo enorme entre a Álgebra e Geometria.

Quando sairmos da aritmética para o pensamento algébrico nos deparamos com duas realidades. Quando ainda estudamos aritmética temos uma estrutura matemática bastante simples e ao nos depararmos com álgebra tudo parece se modificar. É preciso nos familiarizarmos com as letras que representam de números que não conhecemos ainda os valores. Inicia-se um conteúdo mais complexo, então o educador busca minimizar a dificuldade presente no entendimento do aluno utilizando o atalho que a disciplina pode favorecer naquele momento, dar-se a Álgebra e esquece a Geometria, esquecimento esse, que está relacionado à dificuldade que o professor encontra em integrar ambos os conteúdos.

Fazendo uma reflexão e voltando às anos iniciais no Ensino Fundamental, é claro enxergar o quanto a Geometria é fundamental quando, por exemplo, é exposto ao aluno uma simples questão relativa à fração onde através da representação de uma figura geométrica simbolizando uma barra de chocolate em formato retangular, onde o mesmo (chocolate), possa ser dividido em três partes iguais para três pessoas diferentes, onde a representação das partes indicará $\frac{1}{3}$ para cada pessoa, isso tanto favorece o professor na transmissão do conteúdo, como no entendimento do aluno. Isso é um ponto de observação que devemos analisar e sempre buscar. Poucos buscam essa unificação, isso só será visto quando mais uma vez muda-se de graus escolares, quando se ingressa no ensino superior e nos deparemos com o ensino médio novamente, e precisaremos de uma boa base nos conhecimentos anteriores para ingressar no mundo de cálculos complexos.

Por isso é importante essa integração das três áreas para a aprendizagem. Precisamos aprender a matemática como disciplina unificada para poder entendê-la, para podermos utilizá-la no dia a dia ou em pesquisas de estudos avançados, não esquecendo a utilização dos temas transversais e o buscar acoplar a realidade dos alunos para a sala de aula. Tratá-la como disciplina fragmentada nos leva a acreditar em um

universo paralelo entre as áreas matemáticas, precisamos romper essa ideologia que vem se arrastando por muitos anos, para que os educadores e educandos a partir desta nova mentalidade possam trabalhar a Aritmética, Álgebra e a Geometria como um universo único juntamente com a diversidade de áreas de diversas outras disciplinas. Trazer para a realidade educacional a importância desta unificação, salientando a necessidade de cultivar e desenvolver o pensamento visual, presente na geometria, quanto o sequencial predominante na aritmética e principalmente na álgebra, pois são essenciais aos problemas matemáticos.

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo Geral

Delineamos como objetivo geral desta pesquisa elaborar Sequências Didáticas compostas por atividades que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra para a Matemática do Ensino Fundamental.

2.3.2 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral apresentado, adotamos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar propostas de atividades que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra voltadas para o Ensino Fundamental presentes em livros didáticos e em textos de referência;
- Apresentar e discutir propostas de atividades que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra voltadas para o Ensino Fundamental;

2.4 Considerações Metodológicas

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), de acordo com o objetivo desta pesquisa, esta se caracteriza por seu caráter exploratório. Para os autores este tipo de pesquisa é caracterizada quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela. Esse tipo de

investigação acontece, com frequência, antes de o pesquisador elaborar propriamente um projeto de pesquisa. Funciona como uma sondagem e visa verificar se uma determinada ideia de investigação é viável ou não.

Quanto a coleta de dados, esta pesquisa é do tipo Bibliográfica. Para Fiorentini e Lorenzato (2009) isto significa que é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. Essa modalidade de estudo compreende tanto os estudos tipicamente históricos ou estudos analítico-descritivos de documentos ou produções culturais, quanto os do tipo “pesquisa do *estado-da-arte*”, sobretudo quando “procuram inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento” (FIORENTINI, 1994, p.32).

Para a consecução dos objetivos, esta pesquisa está organizada nas seguintes etapas:

Etapas 1: A primeira etapa consiste em buscar no referencial teórico os conceitos e ideias que fundamentam este trabalho como: Aritmética, Álgebra, Geometria bem como o que vem a ser o pensamento aritmético, algébrico e geométrico;

Etapas 2: A segunda etapa consiste no trabalho de identificar, apresentar e discutir propostas de atividades que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra voltadas para o Ensino Fundamental presentes em livros didáticos e em textos de referência;

Etapas 3: A terceira etapa consiste na elaboração de Sequências Didáticas compostas por atividades que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra para a Matemática do Ensino Fundamental.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 A Aritmética e o Pensamento Aritmético

A Aritmética é a ciência que estuda os números. Pode ser considerada uma porta de entrada para o universo dos cálculos e é a matemática utilizada no dia a dia das pessoas.

É através da Aritmética que o aluno inicia o processo de significação numérico e aprende a compreender os diversos tipos de número e sua aplicabilidade, tais como seu uso na resolução de diferentes tipos de situações problemas, amplia e constrói novos significados para os números naturais, inteiros e racionais, dentre outros conjuntos.

Para que o processo de socialização dessas áreas (aritmética, geometria e álgebra) se concretize é de primordial importância que o professor leve em consideração as vivências e o conhecimento prévio do aluno fazendo-o compreender a importância dos números e sua aplicabilidade em seu cotidiano, pois quando se trata de aritmética na maioria das vezes só é levada em conta a parte menos importante da matemática que é o cálculo pelo cálculo. Quando o aluno se depara com aritmética na escola só é valorizado o produto final da sentença que será o resultado da soma, subtração, multiplicação ou divisão do número desconsiderando o processo para se chegar a este produto final e seu uso na prática (POLYA, 1995).

“o desenvolvimento do pensamento aritmético se dá inicialmente a partir da construção do conceito de número e do sistema de numeração decimal. Posteriormente, amplia-se com a compreensão do significado das operações, permitindo seu uso adequado na resolução de problemas.” Porta Nova et al (2005, p.20)

A partir desta afirmativa de Porta Nova (2005), fica evidente que o entendimento de aritmética é um processo contínuo, onde o aluno só consegue consolidar este processo se o mesmo em sua vida escolar for submetido a todas as etapas de forma sistemática, onde ele tenha a oportunidade de entender os conceitos e aplicá-los em situações significativas de aprendizagem.

Após o desenvolvimento do processo de significação dos números quando o aluno está familiarizado com os diversos tipos de números (naturais, inteiros e racionais) passa-se a utilizá-los em problemas aritméticos. É indicado que o professor

mostre ao aluno a importância deste processo para sua vida educacional e pessoal. É justamente nesta fase do processo onde a criança começa a visualizar o seu meio social com um olhar diferenciado. Este processo ocorre no nível do Ensino Fundamental I. É nesta fase que a criança começa a adquirir habilidades, por exemplo, para ir ao mercadinho da esquina comprar qualquer produto e observar o montante que foi dado ao vendedor, e observando se a quantia recebida é compatível ao troco utilizando uma simples adição onde se utilizará do preço do produto mais o troco recebido. Com isso, a aritmética começa a fazer sentido para o aluno. Ele passa a enxergar a matemática como um elemento que faz parte de sua vida e o professor de maneira oportunista tem que se aproveitar desta ideologia e implantar em suas aulas um processo aritmético que aguace o desejo do aluno em aprender, utilizando o seu próprio meio social (POLYA, 1995).

No Ensino Fundamental II, a aritmética é fundamentada e utilizada juntamente com a álgebra onde o aluno passa a utilizá-la de maneira complementar. Nesse sentido, a aritmética tem um valor imenso para uma preparação acadêmica, pois é através dela que os alunos desenvolvem um sentido aguçado em relação aos números. Segundo Lins e Gimenez (1996) é na aritmética que se estuda o raciocínio figurativo e intuitivo, o pensamento relativo e absoluto, o raciocínio estruturado aditivo e pensamento proporcional. Desta maneira, para o aluno, a Aritmética tem a função de significados que servem para ele como método de se chegar a construções de ideias justificadas. Pois o processo aritmético em sala de aula precisa fortalecer o pensamento do aluno para que desenvolva a capacidade de raciocinar questões matemáticas com precisão.

3.2 A Álgebra e o Pensamento Algébrico

No início do processo educacional, os alunos estudam na matemática, problemas relacionados com as quatro operações que é chamado de aritmética. Como o passar dos anos essas operações vão adquirindo certa complexidade, e com isso ocorre uma divisão referente a esse processo de mudança, onde no Ensino Fundamental I estudamos aritmética e no Ensino Fundamental II temos mais contato com álgebra.

Ao estudar o “concreto” da aritmética e iniciarmos o abstrato “álgebra” se observa que o aluno passar dificuldades no aprendizado matemático, onde até então o estudo aritmético lhe proporciona apenas cálculos com números. A partir da álgebra inicia-se o estudo com utilização de incógnitas, onde há utilização de números é substituída pela a de letras. Com isso, o aluno passa a criar um negativismo em relação

à matemática. Para que o processo de aprendizado não perca seu foco, o professor como primeiro passo, deve utilizar estratégias didáticas para expor ao aluno que na matemática o estudo é progressivo e que a álgebra em todo seu processo de complexidade, é apenas a continuação dos estudos, faz parte do segmento. É necessário que a compreensão dos conceitos algébricos esteja aperfeiçoada antes das aplicações de questões relacionadas ao assunto, precisasse ser bem compreendido. Aprender sobre o manuseio dos símbolos e suas ideias relativas ao processo algébrico explorando suas estruturas e princípios. Com isso o aluno vai aprimorando o conceito das variáveis, pois o maior obstáculo para o entendimento algébrico enfrentado pelo aluno é a sua limitação referente à interpretação do termo da incógnita.

Segundo NCTM (2000, 1991, p.14) são relacionados quatros itens as quais podem ser utilizados como forma de regras para a realização do aprendizado do aluno, para facilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico e da aprendizagem em Álgebra:

- Compreender padrões, relações e funções;
- Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
- Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;
- Analisar a mudança em vários contextos.

Diante da importância da álgebra na matemática observada pelos itens acima citados, o pensamento algébrico está voltado para analisar e generalizar padrões, utilizar tabelas, gráficos para representar as expressões simbólicas, fazer comparações de diversas formas de representar uma relação, identificar as funções lineares e não lineares, desenvolver a compreensão em diferentes variáveis, usar símbolos algébricos para representar situações e resolver problemas.

Na Álgebra o estudo das expressões numéricas tem no sinal de igualdade um papel de importância, no pensamento algébrico e ao mesmo tempo existe uma preocupação em relação à interpretação do significado do mesmo. Ao longo do processo educacional temos uma visão completamente errada comparada ao que idealizamos o sinal de igualdade, estudamos e compreendemos a igualdade como se fosse “é o mesmo que”, mas a real importância referente a igualdade está presente ao

perceber e compreender as relações entre o sistema numérico, e com isso o sinal de igualdade é o modo principal de representar essas relações.

A álgebra é o estudo da matemática onde se aprende as equações, polinômios e estruturas algébricas. E acima de tudo, a álgebra tem como função principal incentivar o aluno a desenvolver o seu pensamento algébrico através da representação resolução numérica, e não apenas relacionada ao “produto” das operações envolvidas.

3.3 A Geometria e o Pensamento Geométrico

A geometria é o estudo das formas e espaço e assim como todas as outras áreas matemáticas possui seus referenciais, onde se destaca o raciocínio geométrico ou senso espacial e os conteúdos geométricos, onde ambos auxiliam o processo educacional trazendo um entendimento ampliado para um pensamento geométrico mais eficiente, dando uma visão geral de como o aluno e professor deve desenvolver o seu pensamento geométrico (VAN DE WALLE, 2009, p. 439).

O senso espacial e raciocínio geométrico são descritos como a intuição do indivíduo, está relacionada para o modo de pensar do aluno sobre formas e espaços. É através do senso espacial que nós humanos utilizamos nossa mente para visualizar formas geométricas, as imaginando. E é através do senso espacial que utilizamos nossas mentes para visualizarmos formas geométricas de maneira imaginária. Essa prática só é adquirida ao passo que o aluno começa a buscar a compreensão através do ato da pesquisa, praticando as experiências geométricas para despertar o raciocínio geométrico.

Na Geometria, o aluno precisa estar familiarizado com as formas e suas dimensões, buscar o entendimento das figuras, para isso precisa entender o conteúdo geométrico, estudá-lo e compreendê-lo. O conteúdo se subdivide em: formas e propriedades, transformação, localização e visualização. Esses divisores têm suas devidas definições que estão abaixo descritas:

- Nas formas e propriedades trabalha-se o estudo das dimensões onde observa-se as figuras bidimensionais e tridimensionais, onde analisamos as relações estabelecidas sobre suas propriedades. Propriedades essas, que possui uma diversidade como: corpos redondos e poliedros, polígonos e seus estudos (números de lados e eixos de simetria do polígono), paralelismo de lados e medidas de ângulos e de lados (BRASIL, 1997, p. 73).

- A transformação é a parte da Geometria que estuda movimentos, onde se destaca o de translação, reflexões, rotações onde os mesmos estão relacionados a deslizamentos, viradas e giros. Na transformação geométrica uma figura pode originar outra figura igual ou semelhante.
- Na localização estudam-se as coordenadas ou descrevem-se os objetos onde eles estão se encontram em planos ou no espaço. Também está voltado para a mudança de direção visualizando os ângulos (BRASIL, 1997, p. 73).
- A Visualização está relacionada na figuração mental, onde o aluno identifica diferentes formas no meio em que vive, consegue enxergar as diferenças entre o bidimensional e o tridimensional e aprende a reconhecer objetos de diversas formas (VAN DE WALLE, 2009, p. 439).

Uma pesquisa elaborada pelos dois educadores e casal, Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof, é um modelo de enriquecedor no ambiente educacional matemático, pois tem muito contribuído para o desenvolvimento dos conteúdos geométricos, contribuindo para a aprendizagem dos alunos. Esse modelo oferece a capacidade de avaliar permitindo ao aluno as habilidades para obtenção de resultados satisfatórios nos estudos geométricos. Os Van Hiele através do seu modelo e fases de aprendizagem promove um estilo de identificação do amadurecimento da Geometria para os alunos, utilizando propostas, onde cada aluno avança de nível em nível até atingir uma compreensão de ideias espaciais.

O estudo do casal iniciou-se com situações problemas enfrentadas por alunos na Holanda, onde Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof criaram níveis de raciocínios, para que os alunos progridam a cada nível avançado.

O modelo foi elaborado com cinco níveis de aprendizagem geométrico denominados por: visualização, análise, dedução informal, dedução e rigor. Segundo van Hiele, cada nível é caracterizado pelo modo de como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos. E o aluno avança de nível dependendo do desempenho adquirido de um após o outro. Este modelo foi criado para identificar o nível de maturidade geométrica do aluno, não esquecendo de valorizar o aprendizado que é o mais importante, sua eficiência ajudar na elaboração de materiais e metodologias que foram formados e aprimorados através dos níveis e fases de aprendizagem, nele existentes. E com isso ficou claro que o raciocínio geométrico pode ser acessível a todas as pessoas (LINDQUIST e SHULTE, 1994, p.18)

A geometria por muitas razões oferece uma diversidade de oportunidades, uma delas é a de “ensinar a resolver problemas” e “ensinar para resolver problemas”. Sendo assim, podemos considerar a geometria como uma excelente fonte de episódios de resolução de problemas, se houver o desenvolvimento do senso espacial e do pensamento geométrico do aluno em seu processo educacional tendo a integração com outros subtemas, a visibilidade da matemática como um todo será ampla e completa no entendimento matemático do indivíduo.

3.4 A Proposta de Integrar Aritmética, a Geometria e a Álgebra

O ensino matemático há anos vem seguindo um padrão seriado entre os ramos nele existente, onde estudamos aritmética, álgebra, geometria e trigonometria separadamente, dando a entender que são disciplinas distintas. No final do século XIX, foram criados movimentos de reforma do ensino matemático ocorrido em diversos países, que buscava a unificação das áreas da disciplina (matemática).

Hoje a aritmética como a álgebra, são ensinadas separadamente, os alunos nos anos iniciais (ensino fundamental) aprendem apenas a Aritmética, e logo após desenvolvem as aplicações das noções algébricas no ensino médio, em todo o seu processo educacional são aplicadas os dois subtemas acima citados (Aritmética e Álgebra) e a Geometria é esquecida ou aplicada poucas vezes.

O que falta nas escolas são os materiais didáticos que possuam essa nova ideologia. Também são necessários esforços dos professores em fazer essa unificação para o bem de uma educação de qualidade, mostrando ao aluno métodos de dependência de um subtema diante outros. Precisamos mostrar ao aluno, de forma compreensiva, a relação entre aritmética, álgebra e geometria. De modo que o aluno tem que ter em mente que a “álgebra é aritmética generalizada” ou “aritmética é a estrutura da álgebra” e a Geometria é está relacionada com a visualização da álgebra e aritmética, é através da Geometria que a aritmética e a álgebra são exportadas de maneira que o aluno possa ver o que se pede nos estudos matemáticos é por isso que se deve unificar a disciplina torná-la única (matemática), precisa-se inseri-la em um quadro mais amplo, e analisar o processo de produção de significados de todas as suas áreas (LINS e GIMENEZ, 1997, p.9).

No entanto, lamentavelmente o ensino da matemática, ainda segue padrões tradicionais utilizando uma metodologia onde utilizasse de metodologias onde os alunos são introduzidos em um processo educacional onde não são preparados para utilizar o

seu raciocínio, não são incentivadas a utilizar o conhecimento de mundo que todos eles possuem ainda vivemos em um ensino onde os professores lecionam através de técnicas educacionais desmotivadoras, onde o aluno não é encorajado a buscar essa integração de materiais, pelo contrário o professor ensina o aluno a entender aritmética, álgebra e geometria como disciplinas distintas, por acharem que irá facilitar a compreensão do aluno, não que o aluno seja responsável em fazer essa integração mas ele passa a entender que apenas o que é visto em sala de aula é o que é importante e isso acaba o distanciando do verdadeiro significado matemático que é mostrar a matemática como uma ciência única e perfeita em todas suas áreas.

Precisamos modificar a forma de ensino manipulador, precisamos fugir deste sistema educacional rotineiro onde o que mais é válido é a exposição de algoritmos e o de memorização, que faz com que o aluno subdivida a matemática, pois é importante que o aluno aprenda a usar sua mente desenvolvendo aulas, que aprendam a utilizar a aritmética através da geometria, para que o seu aprendizado seja fortificado e quando o próprio se deparar com álgebra, irá raciocinar que as três áreas são de verdade uma continuação de matemática e não assuntos subdivididos.

Para realizar essa tal integração é necessária fazer uma ligação entre as áreas, respeitando as características de cada uma delas (vocabulário, simbologia, regras, conceitos, definições).

Avaliando a criação matemática em todo o seu processo, observamos que nada foi fundamentado e construído durante a sua evolução de maneira isolada, por isso é injusto que enquanto alunos aprendamos a disciplina separadamente, não é certo guiarmos por uma metodologia de ensino recheada de atalhos para facilitar o ano letivo esquecendo todo o processo educacional do educando, plantar essa ideologia de não integrar entre aritmética, geometria e álgebra conciliará e frustrações futuras.

O trabalho de integrar o ensino matemático é sem dúvida o principal apoio para o aluno em desenvolver o seu aprendizado, pois facilitará a percepção de identificar os conceitos e símbolos. Assim, por exemplo, ele perceberá a semelhança entre o numeral e polinômio, ou seja, passará a observar a aritmética e álgebra como unificado e contínuo em todo o ensino matemático.

Já a geometria exerce um papel de fundamental importância, porque possibilita ao aluno o poder da visualização, aguçando a sua habilidade mental de idealizar a solução através de uma simples revisão visual. E é por isso que a geometria tem que está presente nas salas de aulas servindo de experiência geométrica, que o aluno

raciocine geometricamente tenha a idealização da matemática e aplicar no papel através da aritmética e álgebra o que foi observado pela geometria (LORENZATO, 2008, p.60).

3.5 O Planejamento nas Aulas de Matemática

Para planejar e desenvolver atividades devemos perceber vários fatores que interferem na apropriação do conhecimento por parte do aluno. Os educadores devem observar com muita cautela ao planejar as ações que irão desenvolver nas escolas.

Segundo Mendes (2009) é necessário observar alguns aspectos nesta tarefa, como: 1) Considerar o conhecimento por parte do aluno baseado na realidade do mesmo na escola e na comunidade; 2) Definir os objetivos das disciplinas que os alunos devem alcançar; 3) Escolher os conteúdos mais significativos para atingir os objetivos; 4) Preparar o melhor procedimento e técnicas de ensino; 5) Seleção de recursos humanos e materiais inovadores; 6) Estabelecer procedimentos de avaliação, técnicas e instrumentos coerentes e conectados com uma metodologia e estratégias de ensino, propostos nas sequências didáticas (MENDES, 2009, p. 145)

Deve-se ainda analisar o ambiente escolar e familiar do aluno para que se possa desenvolver métodos educacionais apropriados em sala de aula. Logo após observar a realidade educacional. O próximo passo é organizar a metodologia de ensino, utilizando o que foi coletado da realidade dos alunos, professores, da escola e da sondagem, e assim atendendo as necessidades, interesses que os alunos apresentam.

A seleção de conteúdos deve ter uma perspectiva ampla onde se possam identificar os conceitos, os procedimentos e as atitudes a serem trabalhadas na sala de aula para assim enriquecer o processo ensino-aprendizagem. (MENDES, 2009, p. 154)

A organização dos conteúdos por sua vez depende da abordagem e do projeto de trabalho que cada professor quer desenvolver durante o ano letivo. Para que haja um comprometimento por parte do aluno, o professor deve colocar em prática em sala de aula uma conexão de diversos tópicos do conteúdo selecionado, associando assim o contexto social do aluno com os assuntos expostos.

Para selecionar e organizar os procedimentos e recursos didáticos que devem primeiro separar caracterizando em duas maneiras: o individual e o socializado.

O ensino individualizado leva em consideração que o aluno avance na aprendizagem conforme a sua evolução. Exigindo assim procedimentos didáticos de diversos tipos como: Técnica de projetos, contrato didático, unidades de trabalho

pesquisas e entre outros. Já o ensino socializado é uma ação de grupo integrando e gerando o conhecimento coletivo, requer uma dinâmica de cooperação mútua, participação ativa, descentralização dos poderes, coesão e trabalho coletivo, sempre buscando o desenvolvimento social do indivíduo no grupo. Necessitando a utilização de painéis, simpósios, seminários, dramatizações e assim promovam a troca de ideias e experiências entre os participantes dos grupos formados.

A seleção dos procedimentos está vinculada aos objetivos gerais e específicos e tem como principal foco os conteúdos, as séries, nos níveis a que se destina o ensino, não deixando de priorizar os recursos didáticos que se usados de forma adequada favorecem o desenvolvimento das atividades de ensino aprendizagem em sala de aula e são aliados do professor e do aluno para que de forma efetiva sistematize as ações descritas no plano permitindo e facilitando o processo de ensino aprendizagem. (MENDES, 2009, p. 156)

Na estruturação do plano de aula as recomendações para uma boa elaboração devem se observar como questão central (objetivo geral) que é o foco inicial e final deste trabalho, formulando assim os objetivos visualizando as características dos alunos e do conteúdo a ser abordado. Sempre fazendo questionamentos a respeito dos critérios de clareza, simplicidade, concisão, comportamento observável, precisão, atualidade, objetividade, criatividade, adequabilidade e finalidade de cada objetivo, não deixando de lado a organização do plano de aula levando em consideração a faixa etária, os interesses e as características de seus alunos. Outro ponto importante é a elaboração de atividades que serão realizadas, quais os recursos a que serão utilizados nas aulas, tendo como princípio o bom desenvolvimento das tarefas docentes por parte dos alunos auxiliados pelo professor.

O professor tem como referência alguns tópicos para o desenvolvimento de um plano de ensino:

- Cabeçalho: instituição; período; local; horário; turma; sala; número de alunos; disciplina e professor;
- Ideia Central, tema a ser abordado no curso, unidade ou aula;
- Objetivos: gerais e específicos;
- Conhecimentos a serem construídos durante o trabalho docente: conteúdo a ser abordado;

- Estratégias a serem utilizadas para o desenvolvimento do conteúdo a alcance dos objetivos: técnicas e procedimentos do professor; atividades a serem desenvolvidas pelos alunos; recursos envolvidos (humanos, físicos e materiais);
- Avaliação: critérios e tipos a serem utilizados para verificação e do processo ensino-aprendizagem e do alcance dos objetivos;
- Referências bibliográficas a serem utilizadas.

É importante ressaltar ainda que a avaliação é uma composição do planejamento que tem que ser estruturada como se pede nos objetivos tanto no sentido quantitativo quanto qualitativo. E sempre observando a identificação das necessidades de reorganizar, reavaliar as estratégias didáticas utilizadas pelo professor durante a execução do plano de ensino.

4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: PROPOSTA INTEGRADORA

A seguir apresentamos três Sequências Didáticas propostas para aulas de Matemática envolvendo os conteúdos como produtos notáveis, raiz quadrada não-exata, Teorema de Pitágoras e Equação de 2º grau na ideia de trabalhar de forma integrada a Aritmética com Geometria e Álgebra.

Sequência Didática 1- Qual é a diferença entre $(a + b)^2$ ou $a^2 + b^2$?

Objetivos: Perceber a diferença de um produto notável (quadrado da soma de dois elementos) da soma dos quadrados de dois elementos

Conteúdos a serem trabalhados:

Produtos notáveis: conceitos e aplicações e o quadrado perfeito. Área do retângulo e do Quadrado.

Material necessário para aula: papel sulfite, régua, tesoura e lápis

Tempo estimado: 05 horas/aula

Ano Indicado: 7º ano

As etapas de desenvolvimento:

Etapa 1 - Tempo estimado de 1 hora/aula

Qual é a diferença entre $(a + b)^2$ ou $a^2 + b^2$? Após ouvir respostas dos alunos, e alguns exemplos, podemos desenvolver uma atividade para que eles compreendam como podem ser encontradas as respostas e não confundam “o quadrado da soma” com a “soma dos quadrados”. Em seguida serão apresentadas questões para os alunos de forma que percebam aritmeticamente a diferença entre $(a + b)^2$ e $a^2 + b^2$.

Atividade 1 - Encontre o resultado do cálculo de:

a) $(3+4)^2$ e 3^2+4^2 . Agora, reflita: as respostas são iguais? De quanto foi a diferença?

Para resolver estas operações devemos observar que: $(3+4)^2 = (7)^2 = 49$ e $3^2+4^2 = 9+16 = 25$. Assim notamos que o resultado do cálculo feito com os elementos dentro dos parênteses é diferente do cálculo dos elementos fora dos parênteses em 24 unidades.

b) $(5+7)^2$ é igual a 5^2+7^2 ?

Logo vamos notar na resolução que: $(5+7)^2 = (12)^2 = 144$ e $5^2+7^2= 25+49= 64$. Então percebemos que os resultados são diferentes e que o quadrado da soma é diferente da soma dos quadrados em 80 unidades.

Etapa 2 - Tempo estimado de 4 horas/aula

Apresentamos uma proposta de atividade que envolve produtos notáveis com a geometria. Será preciso papel sulfite, tesoura e régua, para fazermos os desenhos das figuras geométricas e aplicarmos os produtos notáveis, podendo através de o recorte e da montagem, demonstrar ao aluno a montagem das peças formando um quadrado perfeito.

Atividade 2 - Confeccione dois quadrados de lados 3 e 4 e dois retângulos de medidas 3 e 4.

a) Em seguida obtenha um único quadrado usando as figuras construídas.

Os alunos com esta atividade deverão formar um quadrado maior com as figuras conforme o exemplo a seguir:

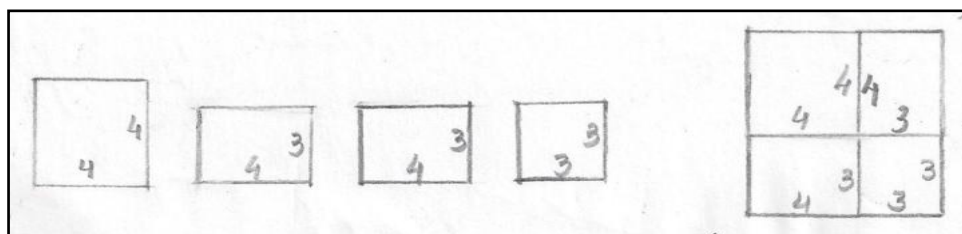


Figura 1 - Atividade 2 item a)

Fonte: Construção do próprio autor

b) Qual é a área de cada figura?

A resposta será a área de $4^2= 16$, a área dos retângulos de $3 \times 4=12$ e o outro quadrado é $3^2=9$

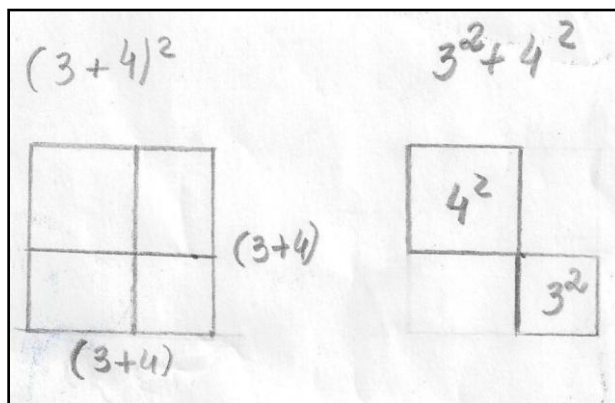
c) Qual é a área do quadrado maior construído e a medida do seu lado?

Assim na resolução do cálculo da área do quadrado maior encontraremos os resultados $4^2+4.3+4.3+3^2 = 16+12+12+9= 49$. E esse quadrado maior terá a medida do seu lado igual a 7, valor este que pode ser encontrado de duas maneiras: Como descobrimos que a área do quadrado maior é $49= 7^2$, assim seu lado mede 7 ou a soma das medidas das figuras do lado $(3+4)= 7$

d) Quais figuras representam a diferença entre $(3+4)^2$ e 3^2+4^2 ?

Ao fazer as duas figuras os alunos notaram a diferença entre elas e que $(3+4)^2$ não é a mesma coisa que 3^2+4^2 .

Figura 2 - Atividade 2 item d)



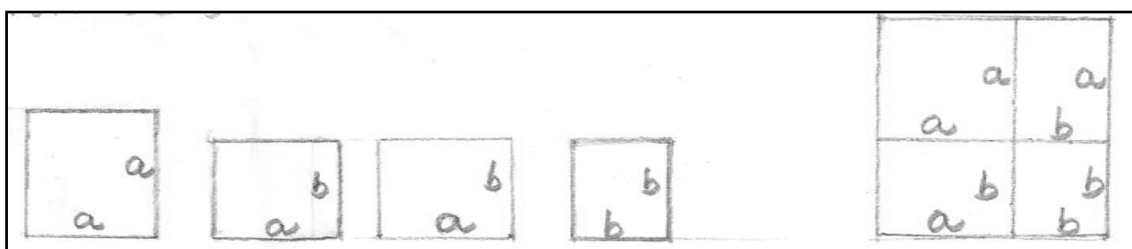
Fonte: Construção do próprio autor

Atividade 3 - Confeccione dois quadrados de lados a e b , e dois retângulos iguais de medidas a e b .

a) Em seguida obtenha um único quadrado usando as figuras construídas.

Nesta atividade podemos notar que a partir da montagem das figuras geométricas menores podemos criar outra figura.

Figura 3 - Atividade 3



Fonte: Construção do próprio autor

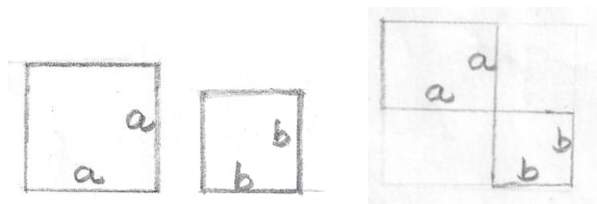
b) Qual a medida da do lado deste quadrado construído? Qual o valor da sua área?

Neste item os alunos observarão o lado deste quadrado maior. Sabemos que será $a+b$ e portanto a área total deste quadrado será $(a+b)^2$.

c) Quais figuras representam a soma $a^2 + b^2$?

As figuras que representam a soma das áreas são os dois quadrados de lados a e b . Os alunos podem identificar separadamente como ou retirando os retângulos do quadrado maior. Esses dois casos estão representados na figura 4 a seguir.

Figura 4 - Atividade 3 item c)



Fonte: Construção do próprio autor

Atividade 4 – Agora, com base no material confeccionado preencha a seguinte tabela respondendo com os valores das medidas das figuras construídas. Veja o exemplo do primeiro elemento:

Elementos	Valores das medidas correspondentes
a	3
b	
a+b	
$(a+b)^2$	
a^2	
b^2	
a^2+b^2	
ab	
2ab	

Desta forma b seria 1, $a+b=4$; $(a+b)^2=16$; $a^2=9$; $b^2=1$; $a^2+b^2=16+1=17$; $ab=3 \times 1=3$; $2ab= 2 \times 3 \times 1=6$

a) Agora descubra qual a relação entre $2ab$, $(a+b)^2$ e a^2+b^2 .

Nesta questão podemos resolver o produto notável $(a+b)^2$ e como resultado teremos $a^2+2ab+b^2$, Logo todos os elementos estão envolvidos.

Os alunos podem perceber que $2ab$ são os dois retângulos, $(a+b)^2$ é a figura do quadrado maior e a^2+b^2 são as figuras dos dois quadrados menores.

- b) Preencha a seguinte tabela respondendo sobre o que representa cada medida nas figuras obtidas. Veja o exemplo do primeiro elemento:

Elementos	Representação
a	medida do lado de um quadrado
b	
a+b	
$(a+b)^2$	
a^2	
b^2	
a^2+b^2	
ab	
2ab	

O objetivo desta tabela é fazer o aluno entender a representação de cada elemento, para que não confunda na hora da resolução de um produto notável, por isso iremos observar se as respostas dos alunos estão semelhantes a estas: Medida do lado do quadrado a, Medida do lado do quadrado b, Medida do lado do quadrado maior, Área do quadrado maior, Área do quadrado de lado a, Área do quadrado de lado b, Soma das áreas dos quadrados de lados a e b, Área do retângulo, Área dos dois retângulos.

- a) Agora descubra qual a relação entre $2ab$, $(a+b)^2$ e a^2+b^2 . Escreva essa relação.
 Se considerarmos as figuras de área $2ab$ e somar a a^2+b^2 teremos a mesma área de $(a+b)^2$. Isso significa que teremos o produto notável $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

Avaliação:

A avaliação será feita através da observação da construção dos produtos notáveis na forma geométrica e das relações estabelecidas aritmética e algebricamente. Será

observada a interpretação dos conceitos da diferença de um produto notável (quadrado da soma de dois elementos) da soma dos quadrados de dois elementos por parte dos alunos.

Referências: GIOVANNI, J.; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática*. 8º ano. São Paulo: FTD, 2009.

Sequência didática 2 – Atribuindo significado geométrico para $\sqrt{2}$

Tema: Qual é o significado geométrico de $\sqrt{2}$?

Objetivos: Compreender o significado geométrico de $\sqrt{2}$ e a localização na reta numérica, utilizando a Aritmética e a Geometria.

Conteúdo(s) a ser(em) trabalhado(s): Números irracionais, números reais e Teorema de Pitágoras.

Material necessário para aula: papel sulfite, régua, compasso e lápis

Tempo estimado: 02 horas/aula

Ano Indicado: 7º ano

As etapas de desenvolvimento da aula

Etapas 1 - Tempo estimado de 1 hora/aula

A aula pode ser iniciada com algumas perguntas sobre raiz quadrada de números quaisquer. É importante reforçar o conceito de raiz quadrada de um número qualquer, que segundo Giovanni Junior “ é encontrar um numero natural que elevado ao quadrado de outro numero natural.” A atividade 1 exemplifica o caso da raiz quadrada 16.

Atividade 1:

a) Qual é a raiz quadrada do número 16?

Os alunos podem escrever algo do tipo: $\sqrt{16} = 4$ ou $4^2 = 16$

b) A potenciação 10^2 é igual a 100? E qual é a raiz de 100?

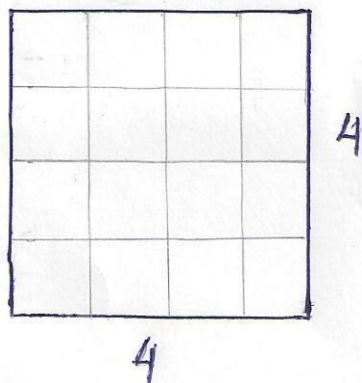
Inicialmente observamos que $10^2 = 10 \times 10$, logo é igual a 100. E para descobrirmos a raiz de 100, basta notar que $100 = 10 \times 10 = 10^2$, assim quando colocamos 10^2 dentro da raiz seu expoente elimina a raiz, e vemos que 10 é a raiz de 100.

Etapas 2 - Tempo estimado de 2 horas/aula

Atividade 2: Figuras geométricas quadradas:

a) Construa um quadrado de medida de lado igual a 4.

Figura 5 - Atividade 2

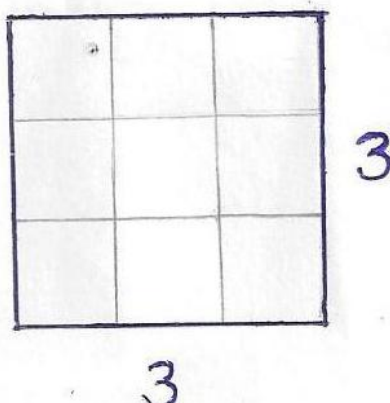


Fonte: Construção do próprio autor

Observamos que em um quadrado de lado medindo 4, formamos 16 quadrados menores, assim essa figura possui 16 quadrados e de lado 4 logo a raiz de 16 é 4.

b) Construa um quadrado de medida do lado igual a 3.

Figura 6 - Atividade 2



Fonte: Construção do próprio autor

Observamos que em um quadrado de lado medindo 3, formamos 9 quadrados menores, assim essa figura possui 9 quadrados e de lado 3 logo a raiz de 9 é 3.

Atividade 3: Nesta atividade trabalharemos a questão geométrica para a determinação da $\sqrt{2}$.

a) Qual seria a $\sqrt{2}$? Como determinar? É fácil como $\sqrt{4}$?

A $\sqrt{2}$ é aproximadamente 1,4 para determiná-la necessitamos observar as raízes exatas mais próximas, neste caso pegamos a $\sqrt{1}$ e a $\sqrt{4}$ que são as mais próximas e seus resultados são 1 e 2 logo a raiz de $\sqrt{2}$ esta compreendida entre 1 e 2 assim por aproximação chegamos a 1,4. Não é tão simples como a raiz de $\sqrt{4}$ pois não é exata.

b) O número irracional raiz quadrada de 2 está compreendido entre os números:

- a) 1 e 2 b) 1 e 3 c) 3 e 4 d) 6 e 8

A resposta seria **letra a** pois como explicado anteriormente a raiz de 2 está compreendida entre as raízes de 1 e 4 que são 1 e 2.

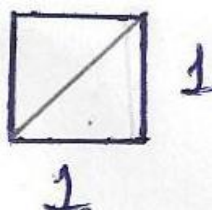
c) Construa em um folha de papel um quadrado de lado 1 cm e desenhe a diagonal deste quadrado.

d) Encontre a área e o perímetro de um quadrado com lado medindo 1cm ?

Através da figura geométrica do quadrado acima, notamos que ao calcular sua área ($A=l^2$) obtemos 1cm^2 e que seu perímetro é encontrado através da soma de todos os seus lados, assim temos: $1+1+1+1=4\text{cm}$.

e) Observando o mesmo quadrado encontre o valor da sua diagonal

Figura 7 - Atividade 3



Fonte: Construção do próprio autor

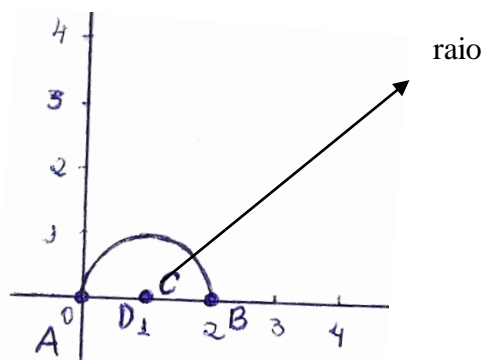
Pelo teorema de Pitágoras podemos encontrar a diagonal do quadrado. Assim o quadrado se reparte em dois triângulos isósceles, pegamos qualquer um destes triângulos e aplicamos o teorema de Pitágoras ($a^2=b^2+c^2$) e substituímos seus valores e chegamos a $d^2 = 1^2 + 1^2$, isto é $d^2 = 2$ ou $d = \sqrt{2}$.

Etapa 3 - Tempo estimado de 2 horas/aula

Atividade 4: Nesta atividade trabalharemos a representação do número irracional $\sqrt{2}$ na reta real¹.

- a) Construa um plano cartesiano e trace uma semicircunferência de raio 1 onde seu diâmetro tenha como pontos os pares ordenados (0,0) e (2,0) assim o centro da circunferência será (1,0):

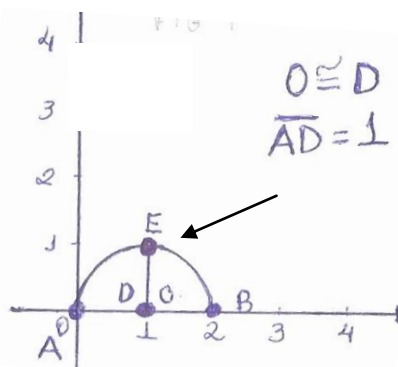
Figura 8 - Atividade 4



Fonte: Construção do próprio autor

- b) Trace uma reta perpendicular e encontre o ponto E, que será a interseção da reta e a semicircunferência que estará em (1,1).

Figura 9 - Atividade 4



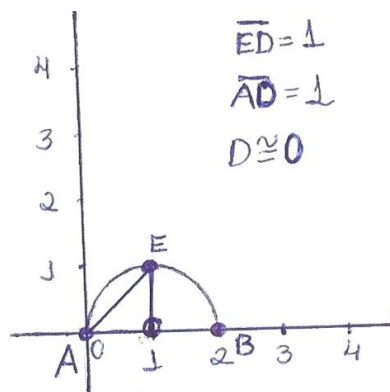
Fonte: Construção do próprio autor

Com isso traçaremos o primeiro lado do triângulo que iremos formar.

¹ Atividade adaptada de: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/como-localizar-numeros-irracionalis-reta-numerica-494389.shtml>.

- c) Agora a partir dos pontos A,D,E forme um triângulo, observando as retas AD e ED utilize o teorema de Pitágoras para descobrir o valor de AE.

Figura 10 - Atividade 4

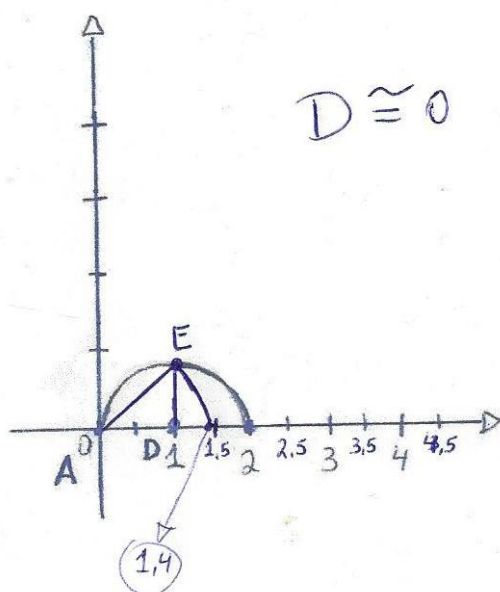


Fonte: Construção do próprio autor

Através deste triângulo vamos descobrir que a hipotenusa AE é raiz de 2, aplicando o teorema de Pitágoras .

- d) Abra o compasso na medida de AE e faça o trajeto até chegar no eixo x.

Figura 11 - Atividade 4



Fonte: Construção do próprio autor

Agora com a medida de AE utilizamos o compasso e traçamos ate chegar no eixo x, e assim descobrimos que a raiz de 2 mede aproximadamente 1,4.

Obs: O ideal seria utilizar uma folha de malha, pois ficariam mais evidenciados os pontos, facilitando assim a visualização da aproximação.

Avaliação: Essa atividade permite avaliar conteúdos como o Teorema de Pitágoras e os números quadrados perfeitos. A aula traz novos sentidos ao número irracional, mostrando ao mesmo tempo sua existência e sua localização na reta numérica.

Referências: REVISTA ESCOLA: *Como localizar números irracionais na reta numérica*. Acesso em: 15 de out. de 2014. Disponível em:
< <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/como-localizar-numeros-irracionais-reta-numerica-494389.shtml> >

Sequência didática 3 – Atribuir significado geométrico a uma equação do 2º grau

Tema: Qual é o significado geométrico de uma equação do 2º grau

Objetivos da aula: Entender o significado geométrico de uma equação de 2º grau utilizando a figura geométrica através de quadrados e retângulos.

Conteúdo(s) a ser(em) trabalhado(s): Equação de 2º grau e números reais

Material necessário para aula: papel sulfite, régua e lápis

Tempo estimado: 02 horas/aula

Ano Indicado: 8º Ano

As etapas de desenvolvimento da aula:

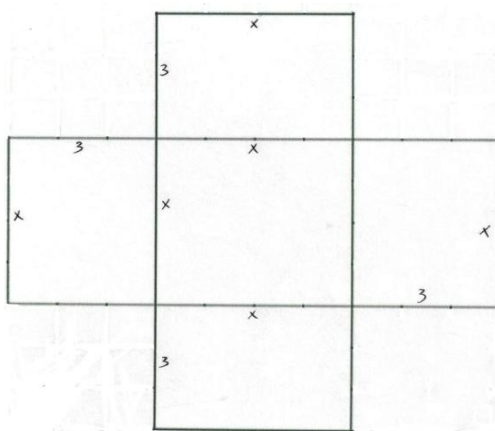
Etapa 1 - Tempo estimado de 1 hora/aula

A aula será iniciada com exemplos de como resolver uma equação do 2º grau, mostrando também que o resultado encontrado para x será testado na equação. Para observarmos se o resultado é conveniente, assim podemos utilizar este valor encontrado para substituir por x em uma figura geométrica para encontrar sua área e a medida de seus lados.

Atividade 1

- a) A área da figura abaixo é 64, com estes dados forme uma equação do 2º grau:

Figura 12 - Atividade 1

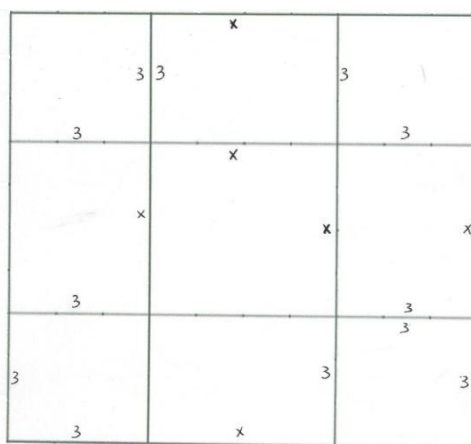


Fonte: Construção do próprio autor

Assim observa-se que x^2 representa a área de um quadrado de lado x , e $3x$ representa a área de um retângulo de medidas x e 3 . Ficando fazer observar que sua área é 64 . Logo temos que a equação será: $x^2 + 4 \cdot (3x) = 64$, assim notamos que $x^2 + 12x - 64 = 0$

- b) Quero transformar a figura 12 em um único quadrado. Qual será sua área e a medida de seu lado?

Figura 13 - Atividade 1



Fonte: Construção do próprio autor

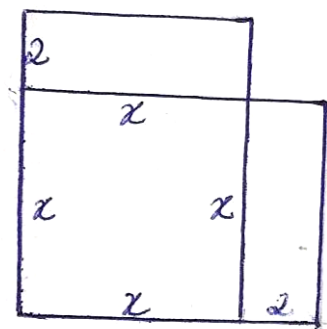
Como observamos na figura foi acrescentado quatro quadrados de lado 3 para complementar a figura, portanto 36 de área, o que faz a área que era 64 ir para 100 . Isso significa que o lado deste quadrado é igual a 10 . E se $A = 64 - 4 \times 9 = 100$ então lado $= 10$ logo $x + 3 + 3 = 10 \rightarrow x = 10 - 6 \rightarrow x = 4$

Etapa 2 - Tempo estimado de 1 hora/aula

Nesta aula observaremos outros modelos de figuras geométricas que também são equações de 2° grau e junto aos alunos resolveremos passo a passo cada exercício.

Atividade 2

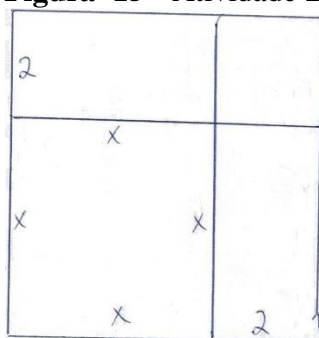
- a) Apresente a equação de 2° grau que pode se formar observando a figura, sabendo que sua área é igual a 21 :

Figura 14 - Atividade 2

Fonte: Construção do próprio autor

Observando a figura podemos formar uma equação de 2º grau, que é $x^2 + 4x = 21$. Logo organizando fica $x^2 + 4x - 21 = 0$

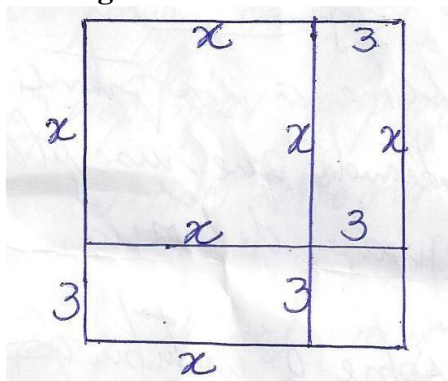
- b) Observando a equação $x^2 + 4x - 21 = 0$, que valor positivo de x a satisfaz?
 Neste caso resolveremos a equação e encontraremos x' e x'' , onde $x' = 3$, $x'' = -7$.
 Como o objetivo é encontrar o valor positivo então a resposta é 3.
- c) Quero transformar a figura 14 em um único quadrado. Quanto medirá sua área, seu lado e seu perímetro?

Figura 15 - Atividade 2

Fonte: Construção do próprio autor

Como observamos na figura foi acrescentado um quadrado de lado 2 para complementar a figura, portanto 4 de área, o que faz a área que era 21 ir para 25. Isso significa que o lado deste quadrado é igual a 5 e seu perímetro é igual a 20.

- d) Desenhe a imagem da equação de 2º grau, $x^2 + 6x + 9 = 0$

Figura 16 - Atividade 2

Fonte: Construção do próprio autor

A figura acima é correspondente ao quadrado de área $(x+3)^2$ logo quando multiplicamos encontramos $x^2+6x+9=0$. Pois x^2 corresponde ao quadrado de maior área da figura. $6x = 2(3x)$ representa a área dos dois retângulos e $9=(3)^2$ a área do quadrado menor.

Avaliação:

Essa atividade permite avaliar conteúdos como equações de 2º grau, geometria e números quadrados perfeitos. A aula traz novos sentidos às equações de 2º grau, mostrando ao mesmo tempo sua álgebra e sua geometria.

Referências: LORENZATO, Sergio. Para aprender matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo mostrar a importância do estudo de matemática de maneira integrada em sala de aula. Através das atividades que requer atenção voltada para aritmética, geometria e álgebra em um único contexto deve-se dar a oportunidade de demonstrar para os alunos o quão é importante estabelecer essa integração em todo o processo educacional fazendo com que os alunos de forma adequada estabeleçam uma construção de ideias onde esses conteúdos se inter-relacionam.

Neste contexto, é possível que haja dificuldades tanto para os alunos quanto para o professor, seja relativa à matemática ou à metodologia de ensino, mas que pode-se haver um crescimento relativo entre a leitura e a interpretação da linguagem matemática e fazendo uma explanação que estudar os subtemas de forma integrada apresente resultados positivos no futuro.

No entanto, entendemos que para esta proposta são necessários planos de aulas bem elaborados, com atividades que façam os alunos não apenas aprender o conteúdo por aprender, mas sim estimulá-los a pensar.

Ao projetar o estudo proposto, observamos a possibilidade de um crescimento em relação à compreensão de leitura e interpretação de textos matemáticos, já que estudar aritmética, geometria e álgebra de forma integrada tende a ocorrer um crescimento nos conceitos relativos ao programa de ensino integrado. Além disso os “tipos de pensamento”, algébrico, geométrico e aritmético, aparentemente estanques, também são articulados quando os alunos resolvem os problemas apresentados.

As atividades propostas permitem expressar a Matemática como disciplinas interdependentes, e através da resolução de problemas, torna-se uma metodologia de significativa importância. O interesse não é somente ensinar conteúdos, mas também, estimular o aluno a pensar sobre o conteúdo que lhe é proposto a partir de atividades didáticas. Com isso se deve trabalhar atividades para resolver problemas onde os alunos se envolvam e proporcionem momentos de reflexão e análise e respeito dos resultados encontrados. Neste aspecto, concordamos com (Polya 2006, p.131):

Ensinar a resolver problemas é educar a vontade. Na resolução de problemas que para ele, não são fáceis, o estudante aprende a perseverar a despeito de insucessos, a apreciar pequenos progressos, a esperar pela ideia essencial e a concentrar todo o seu potencial quando esta aparecer. Se o estudante não tiver, na escola, a oportunidade de se

amiliarizar com as diversas emoções que surgem na luta pela solução, a sua educação matemática terá falhado no ponto mais vital.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática* (1º e 2º ciclos do ensino fundamental). v. 3. Brasília: MEC, 1997.

CROWLEY, Mary L. O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. *Aprendendo e Ensinando Geometria*. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. 308p.

FIORENTINI, D. (1994). *Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação*. Campinas, FE/UNICAMP. (Tese Doutorado em Metodologia de Ensino)

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*/Dario Fiorentini, Sergio Lorenzato. – 3. Ed. Ver. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2009. 240 p.

GIOVANNI, J.; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática*. 8º ano. São Paulo: FTD, 2009.

LINDQUIST, M. L.; SHULTE, A. (orgs.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

LORENZATO, Sergio. *Para aprender matemática*. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

MENDES, Iran Abreu *Matemática e investigação em sala de aula; tecendo redes cognitivas na aprendizagem* / Iran Abreu Mendes. – Ed. ver. e aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

NCTM (2000). Principles and Standards for school mathematics. Reston: NCTM

POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

REVISTA ESCOLA: *Como localizar números irracionais na reta numérica*. Acesso em: 15 de out. de 2014. Disponível em:

< <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/como-localizar-numeros-irracionais-reta-numerica-494389.shtml> >

VAN DE WALLE, John A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.